Soru-1.) $\frac{d^3y}{dx^3} - 3\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} - y = x^2e^x$ diferansiyel denklemini $y(0) = 1, y'(0) = 2, y''(0) = 3$ başlangıç şartları ile Laplace Dönüşümünü kullanarak çözünüz.

Soru-2.) Birbiriyle seri olarak bağlı bulunan bir R direnci ile L bobininin uçları arasına $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 . cos\omega t$ alternatif gerilimi uygulanıyor. Herhangi bir t anında devreden geçen akım şiddeti $\mathbf{I}$'nın diferansiyel denklemi,

$$L\frac{dI}{dt} + RI = \varepsilon_0 . cos\omega t$$

olarak verildiğine göre ;

a.) Devreden geçen akım şiddetinin zamana bağlı değişimini veren ifadeyi bulunuz. [$t=0$ anındaki akım değerini $\mathbf{I=0}$ alınız.]

b.) $R=5\ ohm$, $\varepsilon = 50\ volt$, $L=2\ Henry$ ve $\omega = 5\ rad/s$ değerleri için; t=10 saniyede devreden geçen akım şiddetini hesaplayınız.

Soru-3.) *(Yalnızca 1 şık çözülecektir.)* a

P 6y

a.) $(4x^3 + 3y^2 + cosx)dx + (6xy + 2)dy = 0$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz. 6y = 6y (Tam Dif)

b.) $\left[xcos^2\left(\frac{y}{x}\right) - y\right]dx + xdy = 0$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

Soru – 4.) *(Yalnızca 1 şık çözülecektir.)*

a.) $y'' - y = e^{-x}(2sinx + 4cosx)$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

b.) $3\frac{dx}{dt} + 2\frac{dy}{dt} - x - y = t - 1$

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - x = t + 2$$

şeklinde verilen diferansiyel denklem sisteminin genel çözümünü bulunuz.

1. a.) $xdy - (x^2 + y^2 + y)dx = 0$ diferansiyel denkleminin $\mu = \mu(x^2 + y^2)$ şeklinde bir integrasyon çarpanı varsa, bu integrasyon çarpanını bularak diferansiyel denklemin genel çözümünü elde ediniz.

b.) $y(6y^2 - x - 1)dx + 2xdy = 0$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

2. a.) $(y^2 + 2y)dy + (y^3 + 3y^2 - 3)xdx = 0$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

b.) $y^2e^{2x}dx - (e^{2x} + 4)dy = 0$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

3. $y'' + 2y' - 3y = (x + 1)e^x$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

4. $r_0 = 10\ mm$ yarıçapında uzun bir direnç teli, atmosferik basınçtaki suyu kaynatmak için kullanılacaktır. Direnç telinin ısı iletim katsayısı $k = 15\ W/m^2{}^\circ C$ olup bu telden akım geçirilerek içerisinde uniform (her yerinde aynı) olarak $\dot{q} = 3,7 * 10^7\ W/m^3$ ısı üretilmektedir. Üretilen ısı düzenli olarak $T_\infty = 100\ ^\circ C$ sıcaklıkta kaynayan suya geçmektedir. Su ile tel yüzeyi arasındaki ısı taşınım katsayısı $h = 4500\ W/m^2{}^\circ C$ olarak bilinmektedir. Bir boyutlu sürekli rejim şartlarında tel içerisindeki sıcaklık dağılımı $T = T(r)$ olmak üzere;

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

diferansiyel denklemi ile verilmektedir. Isı üretiminden oluşan maksimum sıcaklık $T'(0) = 0$ ve telin dış yüzeyindeki ısı taşınımı $kT'(r_0) = h[T(r_0)\text{-}\ T_\infty]$ sınır şartlarını kullanarak diferansiyel denklemi çözünüz ve telin yüzey sıcaklığını hesaplayınız.

5. İçerisinde $1000\ litre$ temiz su bulunan bir tank, tahliye ve besleme borularından oluşmaktadır. $t = 0$ anında tankı besleyen ve tahliye eden borular açılarak litre başına *0,1 kg* tuz içeren tuzlu su *50 lt/dk* hızla tanka boşaltılmaktadır ve burada temiz su ile çok iyi karışan tuzlu su yine *50 lt/dk* hızla tanktan tahliye edilmektedir. Tanktaki tuz kütlesinin zamanla değişimini veren bağıntı;

$$\frac{dM}{dt} + 0,05M = 5$$

şeklinde verilmektedir. Burada ***M*** herhangi bir anda tankta bulunan tuz miktarını gösterdiğine göre tankta birikecek maksimum tuz kütlesini hesaplayınız.

6. $x'' + x' = e^{-t}\sin t$ diferansiyel denklemini $x(0) = 0$, $x'(0) = 1$ başlangıç şartları altında ***Laplace dönüşümünü*** kullanarak çözünüz.